

《线性代数》课程教学大纲

课程编码：22090003006

课程名称 (中文)	线性代数	课程名称 (英文)	Linear Algebra
开课学院	理工、经管各学院	适用专业	理工科、经济、管理类专业
总学分 (实践学分)	3	总学时数	54
大纲执笔人	线性代数课程组	大纲审定人	周勤

一、 课程简介

《线性代数》是理工、工程、经管类各专业的公共基础课，是在现代科技发展中具有多种令人振奋的、直接应用结果的课程，它能展示从具体概念抽象到公理化方法的严谨逻辑推理、精巧的数学思维和灵活的数学计算，这使得线性代数显著的突破了传统数学基础理论的范畴，成为计算机理论，互联网和数字技术，图像识别等前沿科技的学科理论和算法基础的组成部分，为分析、解决科学研究和工程应用的各类问题提供了强有力的数学工具。

课程内容围绕线性方程组的求解问题，发展了行列式、矩阵代数，向量空间等理论工具和方方法；建立了矩阵理论和向量空间的两大数学工具理论基础，给出了线性方程组解的存在性、唯一性理论和求解方法；从发展矩阵理论和线性代数应用的视角介绍了矩阵相似理论和二次型的内容与应用。

在教学方法上，本课程将采用理论课教学、习题与讨论课、答疑与问题交流、电子资源学习指导相结合的方式。

二、 课程目标

通过本课程的学习，要使学生

1. 掌握线性代数的基本概念、基础理论与重要的计算方法，为学生的后续学习、理论研究与工程应用奠定深厚的数学基础；
2. 获得一定的处理抽象问题的思维方法和能力；
3. 树立文化自信，同时，科学精神和辩证唯物主义世界观得到进一步加强；

4. 领会课程内容所体现的数学思想，懂得数学的美和价值。

三、课程内容

第一章 矩阵与线性方程组

一、教学基本要求

1. 理解矩阵的概念；
2. 掌握单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、零矩阵、对称矩阵和矩阵相等的概念；
3. 理解矩阵的初等变换的概念；
4. 掌握行阶梯形矩阵、行最简形矩阵的特点，理解矩阵的秩的概念，熟练掌握用初等行变换化矩阵为行阶梯形矩阵以及进一步作初等行变换化矩阵为行最简形矩阵的方法；
5. 理解非齐次线性方程组有解的充分必要条件及齐次线性方程组有非零解的充分必要条件。

二、教学内容

第一节 矩阵的基本概念

1. 矩阵的有关概念
2. 同型矩阵、矩阵的相等
3. 特殊矩阵（行矩阵、列矩阵、零矩阵、单位矩阵、对角矩阵、数量矩阵、三角矩阵）

第二节 矩阵的行最简形

1. 矩阵的初等变换
2. Δ 矩阵的行阶梯形与矩阵的行最简形

第三节 消元法解线性方程组

1. 线性方程组的同解性
2. Δ 非齐次线性方程组有解的充分必要条件，自由未知量和通解
3. Δ 齐次线性方程组有非零解的充分必要条件
4. Δ 线性方程组的求解

第二章 行列式

一、教学基本要求

1. 掌握二阶、三阶行列式的对角线法则；
2. 会计算排列的逆序数；
3. 了解 $n(n \geq 4)$ 阶行列式的概念，熟练掌握行列式的性质；
4. 会应用行列式的性质和行列式按行（列）展开定理计算行列式；
5. 会用克拉默法则；

二、教学内容

第一节 二阶、三阶行列式

1. 二阶、三阶行列式的对角线法则

第二节 排列

1. 排列
2. Δ 逆序数

第三节 n 阶行列式

1. Δ n 阶行列式的定义
2. 上(下)三角行列式, 主(次)对角行列式

第四节 n 阶行列式的性质

1. Δ n 阶行列式的性质
2. Δ 三角化法计算行列式
3. Δ 余子式与代数余子式
4. Δ 行列式按行(列)展开
5. Δ 范德蒙德行列式的结论
6. Δ 行列式的计算

第五节 克拉默法则

1. Δ 克拉默法则

第三章 矩阵代数

一、教学基本要求

1. 熟练掌握矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律, 了解方阵的幂的性质以及方阵的多项式的概念, 了解方阵乘积的行列式的性质;
2. 了解分块矩阵的概念及其运算, 掌握两种特殊的分块乘法;
3. 理解逆矩阵的概念, 掌握逆矩阵的性质;
4. 理解伴随矩阵的概念, 会用伴随矩阵求逆矩阵, 掌握矩阵可逆的充分必要条件;
5. 了解初等矩阵的性质和矩阵等价的概念, 掌握用初等变换求逆矩阵的方法。

二、教学内容

第一节 矩阵的运算

1. Δ 矩阵的线性运算和运算规律
2. Δ 矩阵的乘法和运算规律
3. 方阵的方幂及方阵的多项式
4. Δ 矩阵的转置和运算规律、对称矩阵
5. 方阵乘积的行列式

第二节 矩阵的分块运算

1. 分块矩阵及其运算
2. Δ 两种特殊的分块乘法

第三节 可逆矩阵

1. Δ 可逆矩阵的定义及基本性质
2. Δ 伴随矩阵，伴随矩阵法求矩阵的逆

第四节 初等矩阵

1. Δ 初等矩阵的定义、左行右列规则
2. Δ 矩阵的等价和等价标准形
3. Δ 初等变换法求矩阵的逆
4. Δ 求解矩阵方程

第四章 向量的线性相关性

一、教学基本要求

1. 理解向量的线性表示的概念；
2. 理解向量组线性相关、线性无关的概念，掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法；
3. 理解向量组的秩的概念，会求向量组的秩，理解向量组等价的概念；
4. 理解向量组线性相关性的等价刻画，理解向量组的极大线性无关组的概念，会求向量组的极大线性无关组；
5. 了解齐次线性方程组的解集对线性运算的封闭性，理解齐次线性方程组的基础解系与通解的关系，掌握齐次线性方程组的基础解系与结构式通解的求法；
6. 理解非齐次线性方程组的解的性质及通解的结构，掌握结构式通解的求法；
7. 了解 n 维向量空间、子空间、基、维数、坐标等概念；
8. 了解基变换和坐标变换公式，会求过渡矩阵；

二、教学内容

第一节 向量的线性表示及其线性相关性

1. 向量的线性表示的概念
2. 向量的线性相关性及线性相关性的三个结论

第二节 矩阵的秩

1. Δ 向量组的极大无关组、向量组的秩
2. Δ 向量组的极大线性无关组的计算
3. \circ 初等变换不改变矩阵的秩
4. Δ 矩阵的 k 阶子式和矩阵的行列式秩
5. Δ 矩阵秩的不等式

第三节 线性方程组解的结构

1. Δ 齐次线性方程组的解的性质
2. Δ 齐次线性方程组的基础解系和结构式通解

3. Δ \circ 非齐次线性方程组的解的性质
4. Δ \circ 非齐次线性方程组的结构式通解

第四节 向量空间

1. \circ 向量空间的基
2. \circ 向量在基下的坐标
3. 基变换与坐标变换公式, 过渡矩阵
4. 子空间的概念

第五章 矩阵的相似标准形

一、教学目标

1. 理解相似矩阵和矩阵可相似对角化的概念, 掌握相似矩阵的性质;
2. 理解矩阵的特征值、特征向量和特征多项式的概念, 掌握求特征值与特征向量的方法;
3. 掌握矩阵特征值的性质;
4. 理解属于不同特征值的特征向量的线性无关性, 理解矩阵可相似对角化的充分必要条件, 掌握将矩阵相似对角化的方法;
5. 理解向量的内积的概念, 会计算向量的内积、长度和夹角, 理解两个向量正交的概念, 会将非零向量单位化;
6. 理解正交向量组的定义及其线性无关性, 理解正交基、标准正交基的概念, 掌握线性无关向量组正交规范化的施密特 (Schmidt) 方法;
7. 理解正交矩阵的概念及充要条件, 会用它们来判别正交矩阵;
8. 掌握实对称矩阵的特征值和特征向量的性质, 掌握实对称矩阵正交相似对角化的全过程。

二、教学内容

第一节 相似矩阵

1. 相似矩阵的定义
2. \circ 相似矩阵的性质

第二节 方阵的特征值与特征向量

1. Δ 矩阵的特征值、特征向量、特征多项式的定义及求法
2. Δ 矩阵特征值的性质

第三节 矩阵的相似对角化

1. 矩阵可相似对角化的概念
2. Δ \circ 矩阵可以对角化的充分必要条件
3. \circ 属于不同特征值的特征向量线性无关
4. Δ \circ 化矩阵为相似对角矩阵的方法

第四节 向量的正交化与正交矩阵

1. Δ 向量的内积、长度和夹角

2. 向量的正交及正交向量组，标准正交向量组， Δ 正交基和标准正交基
3. $\Delta\bigcirc$ 施密特 (Schmidt) 正交化方法
4. Δ 正交矩阵

第五节 实对称矩阵的对角化

1. 实对称矩阵特征值的性质
2. \bigcirc 属于不同特征值的特征向量相互正交
3. $\Delta\bigcirc$ 实对称矩阵的正交相似对角化

第六章 实二次型

一、教学目标

1. 掌握实二次型及其矩阵表示，了解实二次型的秩的概念，了解合同矩阵的概念，了解实二次型的标准形、规范形的概念；
2. 掌握用正交变换化实二次型为标准形的方法，会用配方法化实二次型为标准形；
3. 了解惯性定理以及正、负惯性指数的概念，理解实二次型或实对称矩阵正定、负定的概念，并掌握其判别方法。

二、教学内容

第一节 二次型及矩阵表示

1. Δ 二次型的定义及其矩阵表示，二次型的秩
2. 矩阵的合同

第二节 二次型的标准形及规范形

1. 二次型的标准形和规范形
2. $\Delta\bigcirc$ 用正交变换化实二次型为标准形
3. 用配方法化实二次型为标准形

第三节 正定二次型

1. \bigcirc 惯性定理和正、负惯性指数
2. Δ 正定、负定二次型或正定、负定矩阵的定义
3. $\Delta\bigcirc$ 正定、负定二次型或正定、负定矩阵的判定

说明：大纲中教学内容带“ Δ ”号的为重点，带“ \bigcirc ”号的为难点，带“ $\Delta\bigcirc$ ”号的既是重点又是难点。

四、教学安排

建议学时分配如下表：

序号	教学内容	课堂教学学时	习题课	总计
1	矩阵与线性方程组	5	1	6
2	行列式	8	1	9
3	矩阵代数	10	2	12
4	向量的线性相关性	8	1	9
5	矩阵的相似标准型	10	2	12
6	实二次型	5	1	6
合计		46	8	54

五、课程考核与评价

1. **平时成绩**：主要依据平时作业、单元测验、期中考试和课堂表现、出勤率等平时表现，同时也鼓励教师投身教学、评价改革，尝试其它考核方法，但须征得学院同意，如教师采用混合翻转式模式进行教学实践改革探索，过程考核的成绩还可以来自课程平台的随堂测验、单元检测、单元练习、在线考试等域外成绩。

2. **期终成绩**：期终考试采用闭卷，着重检查对数学分析基本知识和基本技能的掌握情况和理解程度，分析问题、解决问题的能力。

3. **综合考核成绩的计算**：考核成绩 = 平时成绩 40% + 期终成绩 60%。

六、课程学习资源

选用教材：蒋永泉等，《线性代数》，上海交通大学出版社，2018。

主要参考书目：

1. 同济大学数学系编，《工程数学—线性代数》（第六版），高等教育出版社，2014。
2. 陈建龙等编，《线性代数》，科学出版社，2007。
3. 俞南雁等编，《线性代数教程（第二版）》，东南大学出版社。
4. 许甫华编，《线性代数典型题精讲（2002版）》，大连理工大学出版社。
5. Alex, S. (杜现昆等译)，《线性代数应该这样学》，人民邮电出版社，2009。

七、课程学习建议

本课程需要具备初等数学基础知识，先修课程为高等数学。