

名家论数学与人生

目录

- 1. 关于数学.....1
- 2. 数学研究.....3
- 3. 何为数学家.....7
- 4. 论人生.....13

1 关于数学

傅立叶先生确实认为数学主要的目标是公众的利益和自然现象的解释。

雅可比 1830 年写给勒让德的一封信

It is true that M. Fourier had the opinion that the principal end of mathematics was the public utility and the explanation of natural phenomena.

Karl Jacobi wrote to Adrien-Marie Legendre in 1830

最宽泛地讲数学是一种理性的精神。正是这种精神，激发、促进、鼓舞并驱使人类的思维得以运用到最完善的程度，亦正是这种精神，试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活；试图回答有关人类自身存在提出的问题；努力去理解和控制自然；尽力去探求和确立已经获得知识的最深刻的和最完美的内涵。

克莱因《西方文化中的数学》的第一章

In its broadest aspect Mathematics is a spirit of rationality. It is this spirit that challenges, simulates, invigorates and drives human minds to exercise themselves to the fullest. It is this spirit that seeks to influence decisively the physical, normal and social life of man, that seeks to answer the problems posed by our very existence, that strives to understand and control nature and that exerts itself to explore and establish the deepest and utmost implications of knowledge already obtained.

from Chapter 1 of "Mathematics in Western culture" by Klein

数学之所以比一切其它科学受到尊重，一个理由是因为他的命题是绝对明确和无可争辩的，而其它的科学经常处于被新发现的事实推翻的危险。……数学之所以有高声誉，另一个理由是它提供给自然科学一定程度的可靠性。若无数学，它们就不再具有可靠性。

爱因斯坦《几何与经验》，1921

One reason why mathematics enjoys special esteem, above all other sciences, is that its laws are absolutely certain and indisputable, while those of all other sciences are to some extent debatable and in constant danger of being overthrown by newly discovered facts. ... But there is another reason for the high repute of mathematics, in that it is mathematics which affords the exact natural sciences a certain measure of security, to which without mathematics they could not attain. "Geometry and Experience" by Einstein in 1921

他（马克思）认为一门科学，只有当它成功地运用数学时，才能达到真正完善的地步。
拉法格《回忆马克思》，1890

He (Marx) held the view that science is not really developed until it has learned to make use of mathematics.
"Reminiscences of Marx" by Paul Lafargue in 1890

数学是科学之女王，数论是女王的王冠。她经常屈尊谦和地帮助天文学等所有自然科学，但是无论在哪方面，她都有权高居至尊。
高斯

Mathematics is the queen of sciences and number theory is the queen of mathematics. She often condescends to render service to astronomy and other natural sciences, but in all relations she is entitled to the first rank.

Gauss, from "Gauss zum Gedächtniss" by Wolfgang S. Waltershausen in 1856

一个数学家假如发现或证明了一个很漂亮的定理，那么他的功劳永远存在，不会消失或被推翻。数学世界没有淘汰机制，微小的创造也永远不朽，而足以令其创造者自豪。

杨振宁（论数理关系，自然辩证法通讯，41(2)，2019.）

除了你对它的尊敬之外，没有什么能更讨人喜欢、不那么模棱两可地向我证明，这门为我的生活增添了无比欢乐的科学所具有的吸引力不是虚构的。

高斯 1819 年前后写给苏菲·日尔曼的信

Nothing could prove to me in a more flattering and less equivocal way that the attractions of that science, which have added so much joy to my life, are not chimerical, than the favor with which you have honored it.
Gauss wrote to Sophie Germain in about 1819

一种奇特的美统治着数学王国，这种美不太像艺术之美或自然之美那样。但如同后两者，她感染着沉思者的心灵，激起人们对她的欣赏。
库默尔，1867 年《柏林月报》

A peculiar beauty reigns in the realm of mathematics, a beauty which resembles not so much the beauty of art as the beauty of nature and which affects the reflective mind, which has acquired an appreciation of it, very much like the latter.

Kummer, Berliner Monatsberichte (1867), p. 395.

数学，如果正确地看，不但拥有真理，而且也具有至高的美。

罗素《数学研究》，1910

Mathematics, rightly viewed, possesses not only truth, but supreme beauty.

Russell, the Study of Mathematics: Philosophical Essays (London, 1910), p. 73.

当代有名的数论大家塞尔贝格曾经说，他喜欢数学的一个动机，是以下的公式： $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots$ 。这个公式实在美极了；单数 1, 3, 5, ... 这样的组合可以给出 π 。对于一个数学家来说，此公式正如一幅美丽图画或风景。
陈省身

数学有三重意义。她提供了研究大自然的工具，但这不是全部的意义；她有哲学层面

上的意义，而且我敢说她还美学上的意义。 庞加莱

Mathematics has a threefold purpose. It must provide an instrument for the study of nature. But this is not all: it has a philosophical purpose, and, I dare say, an aesthetic purpose. Poincaré

傅立叶先生确实认为数学主要的目标是公众的利益和自然现象的解释。但像他这样的哲学家应该知道，科学的唯一目的是人类心灵的荣誉，从这个角度来看，数字问题与世界体系问题一样重要。 雅可比 1830 年写给勒让德的一封信

It is true that M. Fourier had the opinion that the principal end of mathematics was the public utility and the explanation of natural phenomena; but such a philosopher as he is should have known that the unique end of science is the honor of the human mind, and that from this point of view a question of number is as important as a question of the system of the world. Karl Jacobi wrote to Adrien-Marie Legendre in 1830

数学是人类思想的最高成就。 柏拉图

The highest form of human pure thought is in mathematics. Plato

不管数学的任一分支是多么抽象，总有一天会应用在这实际世界上。 罗巴切夫斯基

There is no branch of mathematics, however abstract, which may not some day be applied to phenomena of the real world.

Lobachevsky, on p. 36 of "A Mathematical Journey" by Stanley Gudder in 1976

2 数学研究

历史告诉我们，数学上的伟大成就大部分得益于理解某一特殊课题。

丘成桐《数学及其在中国的发展》，1997

一个做学问的人，除了学习知识外，还要有 taste，这个词不太好翻译，有的人译成品味，喜爱。一个人要有大的成就，就要有相当清楚的 taste。 杨振宁

一个数学家应当了解什么是好的数学，什么是不好的数学或不太好的数学。有些数学是有开创性的，是有发展的，这就是好的数学。 陈省身

有很重要的问题，就算能够得到很小很小的进步，从整个数学家来讲也算是很大的进步。你在一个很无聊的问题上有很大的进步也不算有很大的进步。 丘成桐

大致说来，如果某个数学思想能够以一种自然而富有启发性的方式和大量其他数学思想联系起来，那么它就是“重要的”。因此，一个严肃的数学定理，即一个和重要思想有关联的定理，很可能使数学本身，甚至其他科学取得重要的进展。

哈代《一个数学家的辩白》，1941

We may say, roughly, that a mathematical idea is "significant" if it can be connected, in a natural and illuminating way, with a large complex of other mathematical ideas. Thus a serious mathematical theorem, a theorem which connects significant ideas, is likely to lead to important advances in mathematics itself and even in other sciences.

G. Hardy, "A Mathematician's Apology" in 1941

数学家的工作和画家或诗人一样必须是美的；数学想法如同颜色或词语，必须和谐地装配在一起。美是第一要务：世界上没有丑陋数学的位置。

哈代《一个数学家的辩白》，1941

The mathematician's patterns, like the painter's or the poet's, must be beautiful; the ideas, like the colours or the words must fit together in a harmonious way. Beauty is the first test: there is no permanent place in this world for ugly mathematics.

G. Hardy, "A Mathematician's Apology" in 1941

最伟大的数学高度不可预见、必然而且简洁。哈代《一个数学家的辩白》，1941

In great mathematics there is a very high degree of unexpectedness, combined with inevitability and economy.

G. Hardy, "A Mathematician's Apology" in 1941

(哈代的原文中只是说和素数分布有关的两个定理具有“不可预见、必然而且简洁”的性质。不过他对严肃的数学工作("serious theorem")的确作了描述，即具有一定程度的普遍性和深度"generality and depth")。其中，普遍性就是抽象性("generality is abstractness")；深度和难度有关，“更深刻”的思想通常更难理解("depth has something to do with difficulty; the 'deeper' ideas are usually the harder to grasp")。)

韦伊和我成了好朋友，所以我们自然而然地讨论了高斯-博内公式，然后我证明了它。我认为这是我最好的作品之一，因为它解决了一个重要的、基本的、经典的问题，而且想法非常新颖。要实现这些想法，你需要一些技术上的创新。这不是平凡之事，不是一种一旦你有了想法就可以实现的东西。它很精致。陈省身

Weil and I became good friends, so we naturally discussed the Gauss-Bonnet formula. And then I got my proof. I think this is one of my best works, because it solved an important, a fundamental, classical problem, and the ideas were very new. And to carry out the ideas you need some technical ingenuity. It's not trivial. It's not something where once you have the ideas you can carry it out. It's subtle.

S. S. Chern, Notices AMS. 45 (1998), no. 7, 860-865.

学习数学的惟一方法是做数学。不要只是读它；挑战它！提出你自己的问题，寻找你自己的例子，发现你自己的证明。这个假设有必要吗？逆命题成立吗？证明在哪里使用了条件？哈尔莫斯

The only way to learn mathematics is to do mathematics. Don't just read it; fight it! Ask your own question, look for your own examples, discover your own proofs. Is the

hypothesis necessary? Is the converse true? ... Where does the proof use the hypothesis?

Paul Halmos

数学的创作绝不是单靠推论可以得到的，首先通常是一些模糊的猜测，揣摩着可能的推广，接着下了不十分有把握的结论。然后整理想法，直到看出事实的端倪，往往还要费好大的劲儿，才能将一切付诸逻辑式的证明。这过程并不是一蹴而就的，要经过许多失败、挫折，一再地猜测、揣摩，在试探中白花掉几个月的时间是常有的。

Halmos (哈尔莫斯)

好的数学证明，并不是像正当我在澡堂洗澡时，大脑里突然产生了一个神奇的想法，而是一个受过很好数学训练的大脑，不是靠运气，而是孜孜以求的结果。

Gowers (高尔斯)

我想说的只有一件事，你要不停地工作，不停地思考，没有别的诀窍。当你有一个问题，一般而言，如同过去的数学家知道的那样，你应该在自己想出的多少与向别人学习的多少这两者之间保持平衡。

格罗莫夫

The only thing I can say is that you have to work hard and that's what we do. You work and work, and think and think. There is no other recipe for that. The only general thing I can say is that when you have a problem then—as mathematicians in the past have known—one has to keep the balance between how much you think yourself and how much you learn from others.

Gromov, Interview by Raussen and Skau in 2009

你可能做许多艰苦的无用功，重要的是千万别泄气，当你被某个问题缠住时，你会有许多不眠之夜。即使这样也可能毫无成果，你只是失眠，而你的想法就是不出来。然而这些曲折确是重要的，没有它们你就不会有真正的突破。

陈省身

如果你直接攻克一道数学题，通常会走到死胡同，你所做的一切似乎都不管用，你会觉得如果你能从拐角处看过去，可能会有一个简单的解决方案。没有什么比有别人在你身边更好的了，因为他通常可以在拐角处窥视。

阿蒂亚

If you attack a mathematical problem directly, very often you come to a dead end, nothing you do seems to work and you feel that if only you could peer round the corner there might be an easy solution. There is nothing like having somebody else beside you, because he can usually peer round the corner.

Atiyah

如果别人思考数学的真理像我一样深入持久，他也会找到我的发现。

高斯

If others would but reflect on mathematical truths as deeply and as continuously as I have, they would make my discoveries.

Gauss, from "The World of Mathematics" by J. R. Newman, in 1956

据说高斯对二次互反定律有十种不同的证明。任何好的定理都应该有几个证明，证明

越多越好。有两个原因：通常，不同的证明有不同的强弱；它们是不同的方向上推广——它们不仅仅是彼此的重复。阿蒂亚

I think it is said that Gauss had ten different proofs for the law of quadratic reciprocity. Any good theorem should have several proofs, the more the better. For two reasons: usually, different proofs have different strengths and weaknesses, and they generalise in different directions – they are not just repetitions of each other. Michael Atiyah

做数学的艺术是从特例中发现一般结论的萌芽。希尔伯特

The art of doing mathematics consists in finding that special case which contains all the germs of generality. Hilbert

在数学的领域中，提出问题的艺术比解答问题的艺术更为重要。康托尔

In mathematics the art of proposing a question must be held of higher value than solving it. Cantor

只要一门科学分支能提出大量的问题，它就充满着生命力，而问题缺乏则预示独立发展的终止或衰亡。希尔伯特 1900 年巴黎演讲

As long as a branch of science offers an abundance of problems, so long is it alive; a lack of problems foreshadows extinction or the cessation of independent development. Hilbert, "Mathematical Problems", 1900

一个人想做点事业，非得走自己的路。要开创新路子，最关键的是你会不会自己提出问题，能正确地提出问题就是迈开了创新的第一步。李政道

不能解决困难问题的理论是无用的。Atiyah (阿蒂亚)

每一个好的数学家都必须是一个问题解决者。如果你不解决问题，你只有模糊的想法，怎么能做出好的贡献？陈省身

Every good mathematician has to be a problem solver. If you are not a problem solver, you only have vague ideas, how can you make a good contribution? S. S. Chern, Notices AMS. 45 (1998), no. 7, 860-865.

推动数学发展的动力不是求证而是想象力。德摩根

The moving power of Mathematical invention is not reasoning but imagination. A. de Morgan, "life of Sir W. R. Hamilton" by Graves in 1889

我们依靠逻辑去证明，但通过直觉才有发现。庞加莱

It is by logic that we prove, but by intuition that we discover. Poincaré

宁可少些，但要好些。高斯的座右铭

Pauca sed matura (Few, but ripe.).

Gauss' motto

大自然, 我的女神, 我一生致力于探索你的规律。

高斯的第二座右铭, 出自莎士比亚的《李尔王》

Thou, nature, art my goddess; to thy laws my services are bound...

Gauss' second motto, from "King Lear" by W. Shakespeare

3 何为数学家

数学家就是发表了至少一个非平凡定理的证明的人。

迪厄多内《当代数学—为了人类心智的荣耀》，1987

A mathematician, then, will be defined in what follows as someone who has published the proof of at least one non-trivial theorem.

Dieudonné, "Mathematics - The Music of Reason", 1987

真正的数学家都是非常热情的, 没有热情就没有数学。

努瓦列斯

The real mathematician is an enthusiast per se. Without enthusiasm no mathematics.

Novalis (Georg Philipp Friedrich Freiherr von Hardenberg)

追求学问的热忱需要培养, 这关乎一个人的情操。如何除去名利的羁绊, 让我们欣赏大自然的本能毫无拘束地表露出来, 乃是培养学问感情的第一步。屈原说: “纷吾既有此内美兮, 又重之以修能。” 就是说有了这种感觉以后, 再加上努力, 就可以做大学问了。我有幸接触过不少伟大的学者, 他们在工作上执著入迷的程度, 只可以用欧阳修的词句来描述: “人间自是有情痴, 此恨不关风与月。” 从这里自可窥见他们成功的因由。宋徽宗的词云: “怎不思量? 除梦里有时曾去。” 很多重要的创作发明, 是学者在有深厚感情的潜意识中完成的。

丘成桐

我早晨醒来, 想的第一件事就是数学。我的生活就是数学, 终生不倦地追求就是数学, 数十年如一日, 从没有懈怠过, 现在依然如此, 每天至少有七八个小时是在思考数学。

陈省身

我年轻的时候可以一整天研究数学, 有时候从早上九点到晚上十一点。没有什么事情可以干扰我。

格罗莫夫

When I was young I could go on all day, sometimes from nine in the morning to eleven at night. Nothing could distract me.

Gromov, Interview by Raussen and Skau in 2009

以我的经验来讲, 在想问题的时候, 晚上睡觉也在想这个问题, 躺在床上也在想, 早上起床第一件事就是想这个问题。我并不是讲你们也要这样子, 我是希望你们在遇到一个问题要解决的时候, 你要全力以赴, 不可能在中间慢慢想一点而在其它也可以花点功夫,

这样精神不集中的态度是不可能做好学问的。

丘成桐

我在国外多年，遇见过许多很出名的数学家，甚至有名的物理学家我也见过许多。我认为并没有一个是真正的像一般报纸上所讲的是天才，我所亲身认识的大科学家，都是经过很大的努力，才能够达到他所达到的成就。我的学生问我：「为什麼你做的比我好？」，我说很简单，我比你用功。我在办公室或是在家里边，天天在想问题，你们在外面玩，而我花了功夫在解决想了很久的问题。我总比你不想要、不花时间成就大一点。

丘成桐

对搞科学的人来说，勤奋就是成功之母。

茅以升

谁和我一样用功，谁就会和我一样成功。

莫扎特

哪里有天才，我是把别人喝咖啡的功夫，都用在工作上的。

鲁迅

聪明出于勤奋，天才在于积累。

华罗庚

大家常常问，天赋和勤奋哪个更重要？老了我只知道，勤奋就是最重要的天赋。

佚名

没有加倍的勤奋，就没有才能，更没有天才。

门捷列夫

诚实和勤勉，应该成为你永久的伴侣。

富兰克林

在其他方面没有那么高的追求，自然对数学就能保持长久的热爱。

张益唐

怎么做才能成为数学家？我想我知道了答案：你要有天赋；你必须不断的使自己完善起来；你必须酷爱数学胜过一切；你必须在数学上勤奋努力、锲而不舍，并且永不放弃。

哈尔莫斯，《我要成为数学家：自传》，1985

What does it take to be [a mathematician]? I think I know the answer: you have to be born right, you must continually strive to become perfect, you must love mathematics more than anything else, you must work at it hard and without stop, and you must never give up.

Halmos "I Want to be a Mathematician: An Automathography", 1985

数学的本质是对表面上看来完全不同的概念认识其内在的逻辑关系。最成功的数学家是知识面最宽、概念的类比、想象能力最强的人。

爱德华

一个人是数学家，那是因为他能发现定理之间的类似；如果他能看到证明之间的类似，他就是个优秀的数学家；要是他竟意识破理论之间的类似，那么，他就成了杰出的数学家。你可以想象到，顶级的数学家能够洞察类似之间的类似。

巴拿赫

A mathematician is a person who can find analogies between theorems; a better mathematician is one who can see analogies between proofs and the best mathematician can notice analogies between theories. One can imagine that the ultimate mathematician is one who can see analogies between analogies. Banach

数学才能表现在许多方面，有一些数学家是理论的创立者，还有一些是解决问题的能手，另一些善于提炼出问题——我不是说他们创造出问题，换言之，他们能够发现新的数学对象或关系中的孤立例子，而这些新对象或关系以后将发展成内容丰富的理论。这些不同能力或天赋是无高低上下之分的。归根结底，为保持数学持续繁荣，这些才能都是必要的。 Selberg (塞尔贝格)

数学家因其品禀各异，大致可分为下列三种：

(一)创造理论的数学家。这些数学家工作的模式，又可粗分为七类。

1. 从芸芸现象中窥见共性。从而提炼出一套理论，能系统地解释很多类似的问题。一个明显的例子便是上世纪末 Lie 在观察到数学和物理中出现大量的对称后，便创造出有关微分方程的连续变换群论。李群已成为现代数学的基本概念。

2. 把现存理论推广或移植到其它结构上。例如将微积分由有限维空间推广到无限维空间，将微积分用到曲面而得到连络理论等便是。当 Ricci, Christofel 等几何学家在曲面上研究与座标的选取无关的连络理论时，他们很难想像到它在数十年后的 Yang-Mills 场论中的重要性。

3. 用比较方法寻求不同学科的共同处而发展新的成果。例如：Weil 比较整数方程和代数几何而发展算术几何；三十年前 Langlands 结合群表示论和自守形式而提出“Langlands 纲领”，将可以交换的领域理论推广到不可交换的领域去。

4. 为解释新的数学现象而发展理论。例如：Gauss 发现了曲面的曲率是内蕴（即仅与其第一基本形式有关）之后，Riemann 便由此创造了以他为名的几何学，成就了近百年来几何的发展；H. Whitney 发现了在纤维丛上示性类的不变性后，Pontryagin 和陈省身便将之推广到更一般的情况，陈示性类在今日已成为拓扑和代数几何中最基本的不变量。

5. 为解决重要问题而发展理论。例如 J. Nash 为解决一般黎曼流形等距嵌入欧氏空间而发展的隐函数定理，日后自成学科，在微分方程中用处很大。而 S. Smale 用 h-协边理论解决了五维或以上的 Poincaré 猜想后，此理论成为微分拓扑的最重要工具。

6. 新的定理证明后，需要建立更深入的理论。如 Atiyah-Singer 指标定理，Donaldson 理论等提出后，都有许多不同的证明。这些证明又引起重要的工作。

7. 在研究对象上赋予新的结构。Kähler 在研究复流形时引入了后来以他为名的尺度；近年 Thurston 在研究三维流形时，也引进了“几何化”的概念。一般而言，引进新的结构使广泛的概念得到有意义的研究方向。有时结构之上还要再加限制，如 Kahler 流形上我们要集中精神考虑 Kähler-Einstein 度量，这样研究才富有成果。

(二)从现象中找寻规律的数学家。

这些数学家或从事数据实验，或在自然和社会现象中发掘值得研究的问题，凭着经验把其中精要抽出来，作有意义的猜测。如 Gauss 检视过大量质数后，提出了质数在整数

中分布的定律；Pascal 和 Fermat 关于赌博中赔率的书信，为现代概率论奠下基石。五十年代期货市场刚刚兴起，Black 和 Scholes 便提出了期权定价的方程，随即广泛地应用于交易上。Scholes 亦因此而于去年获得诺贝尔的经济学奖。这类的例子还有很多，不胜枚举。话说回来，要作有意义的猜测并非易事，必须对面对的现象有充分的了解。以红楼梦为例，只要看了前面六七十回，就可以凭想像猜测后面大致如何。但如果我们对其中的诗词不大了解，则不能明白它的真义。也无从得到有意义的猜测。

(三) 解决难题的数学家。

所有数学理论必须能导致某些重要问题的解决，否则这理论便是空虚无价值的。理论的重要性必与其能解决问题的重要性成正比。一个数学难题的重要性在于由它引出的理论是否丰富。单是一个漂亮的证明并不是数学的真谛，比如四色问题是著名的难题，但它被解决后我们得益不多，反观一些难题则如中流砥柱，你必须将它击破，然后才能登堂入室。比如一日不能解决 Poincaré 猜测，一日就不能说我们了解三维空间！我当年解决 Calabi 猜测，所遇到的情况也类似。

数学家要承先启后，解掉难题是“承先”，再进一步发展理论，找寻新的问题则是“启后”。没有新的问题数学便会死去，故此“启后”是我们数学家共同的使命。我们最终目标是用数学为基础，将整个自然科学，社会科学和工程学融合起来。自从 A. Wiles 在 1994 年解决了 Fermat 大定理后，很多人都问这有什么用。大家都觉得 Fermat 大定理的证明是划时代的。它不仅解决了一个长达 350 年的问题，还使我们对有理数域上的椭圆曲线有了极深的了解；它是融合两个数论的主流——自守式和椭圆曲线——而迸发出来的火花。

丘成桐

数学家的工作可以分为五档，从高到低依次为：

- ground-breaking、field-shaping（开天辟地的、奠基性的）：这类数学家都是进数学史和教材的，像牛顿、莱布尼茨、高斯、黎曼、傅里叶、勒贝格、巴拿赫等。这些人牛到了银河系边际。
- breakthrough（突破性的）：这类都是拿各种重要奖项的，像菲尔兹奖、沃尔夫奖、阿贝尔奖、邵逸夫奖、高斯奖、陈省身奖章（ICM）、瑞典的克拉福德奖，美国数学会颁发的科尔奖（代数和数论）、维布伦奖（几何）、博歇奖（分析）、斯蒂尔奖（终身成就）等。华人中像陈省身、丘成桐、陶哲轩、张益唐等。他们牛到了太阳系边际。
- major（重要的，较大的）：这类大多发表在国际顶尖级期刊上，如所谓“四大”上。牛到了地球边际。还有一种说法叫 significant（重要），大致包括了第一第二和第三档。
- minor（次要的，较小的）：这类大多是发表在国际知名期刊上，包括四大之外重要的综合性期刊和每个方向上的最好杂志。牛到了中国边际。
- trivial（琐碎的）：大多发表在国内外相对次要但高水平的期刊上，如口碑比较好的综合性杂志或者每个方向的次好杂志。牛到了自家单位边际。

不过有些著名成果发表在不那么顶尖的期刊上，这种情况也是有的。所以以期刊档次论英雄也未必 100% 靠谱。

佚名

我想说的是，在一个人的爱可以被排序的程度上，数学家最大的爱（我想用这个词的方式）是数学。我认识许多大大小小的数学家，我确信我所说的关于他们的话是正确的。

提到一些著名的名字：如果马斯顿·莫尔斯、安德烈·韦伊、赫尔曼·外尔和奥斯卡·扎里斯基不同意我的观点，我会非常惊讶。哈尔莫斯《我想做数学家》，1985

What I am saying is that to the extent that one's loves can be ordered, the greatest love of a mathematician (the way I would like to use the term) is mathematics. I have known many mathematician, great and small, and I feel sure that what I am saying is true about them. To mention some famous names: I'd be very surprised if Marston Morse, and André Weil, and Hermann Weyl, and Oscar Zariski didn't agree with me.

Halmos "I Want to be a Mathematician: An Automathography", 1985

科学家研究自然，并非因为她有用。他研究她；是因为喜欢她；他只所以喜欢她，是因为她是美的。如果自然不美，她就不值得我们了解；如果自然不值得了解，生活也就毫无意义。庞加莱《科学与方法》1914

The scientist does not study nature because it is useful; he studies it because he delights in it, and he delights in it because it is beautiful. If nature were not beautiful, it would not be worth knowing, and if nature were not worth knowing, life would not be worth living.

Poincaré, "Science and Method", 1914.

对于一个真正热爱科学研究的人来讲，争取项目经费不是研究目的，发表 SCI 论文也不是目的，用论文去赚钱更不是目的，甚至在国际上获大奖也不是研究目的。这些至多是在追求科学真理过程中的“手段”或“副产品”。郭雷

数学家就是把咖啡变成定理的机器。埃德什

A mathematician is a machine for turning coffee into theorems. Paul Erdős

不要浪费时间写糟糕的论文，一篇好论文胜过一百篇垃圾论文。吴宝珠

单是为名为利不可能将科学达到最高峰的研究，我们一定要对这个科学有浓厚的兴趣。我们应当晓得，做科学，我们有一个很纯正的想法，就是对真理的追寻。在真理的背后有一个很漂亮的境界在裡面，我们到了一个境界以后，对我们追求学问的人来讲，是无法抗拒的。就算是没有名没有利，我们也希望能够将这个真理搞清楚。丘成桐

孟子说：“我知言，我善养浩然之气”。如果学者有这种浩然之气，又博览群书，就昂昂然无所惧怕了。在一个学者成长的阶段里，假如操守不良，或志向不纯，学业就很容易枯萎。丘成桐

我决不把我的作品看做是个人的私事，也不追求名誉和赞美。我只是为真理的进展竭尽所能。是我还是别的什么人，对我来说无关紧要，重要的是它更接近于真理。

Weierstrass (维尔斯特拉斯)

严格性对于数学家，就如道德对于人。韦伊

Rigour is to the mathematician what morality is to men.

Weil

对数学家而言，二分之一个证明等于零。没有任何疑点是数学证明的需要。高斯
...in the sense of a mathematician, where half proof = 0, it is demanded for proof that every doubt becomes impossible.

Gauss, from "Calculus Gems" (New York 1992) by G. Simmons

苏菲·日尔曼向全世界证明，即使是一个女人，也可以用最严谨、最抽象的科学成就一番事业。高斯

Sophie Germain proved to the world that even a woman can accomplish something in the most rigorous and abstract of sciences.

Gauss, Quoted in D MacHale, Comic Sections (Dublin 1993)

怀疑和沮丧是生活的一部分。伟大的数学家会产生怀疑并感到气馁，但通常他们无论如何都无法停止做数学，而且，当他们这样做的时候，他们会非常想念数学。

哈尔莫斯《我想做数学家》，1985

Doubts and discouragements are part of life. Great mathematicians have doubts and get discouraged, but usually they can't stop doing mathematics anyway, and, when they do, they miss it very deeply.

Halmos "I Want to be a Mathematician: An Automathography", 1985

数学中很多成功靠的是运气，即在合适的领域，合适的时候，选择了合适的课题。

哈密尔顿 (Ricci Flow 之父)

A lot of success in math is being lucky, being in the right place at the right time, and trying the right thing.

Richard Hamilton, An Interview by John Morgan in 2022

一个人（至少是一个年轻人）的首要责任，就是要有雄心。……世界上所有优秀成果背后的驱动力，几乎都是雄心壮志。特别是几乎所有对人类幸福做出重大贡献的人，都是胸怀大志的。

哈代《一个数学家的辩白》，1941

A man's first duty, a young man's at any rate, is to be ambitious. ...Ambition has been the driving force behind nearly all the best work of the world. In particular, practically all substantial contributions to human happiness have been made by ambitious men.

G. Hardy, "A Mathematician's Apology" in 1941

4 论人生

应该笑着面对生活，不管一切如何。

伏契克

假如生活欺骗了你，不要悲伤，不要心急！忧郁的日子里需要镇静：相信吧，快乐的日子将会来临。
普希金

生活的情况越艰难，我越感到自己更坚强，甚而也更聪明。
高尔基

即使人生是一场悲剧，我也要快乐地演完。
尼采

每个不曾起舞的日子，都是对生命的辜负。
尼采

朋友们，鼓掌吧！喜剧结束了！
贝多芬临终语

有一条小路，穿过田野，通向新南盖特，我经常独自一人到那里去看落日，并想到自杀。然而，我终于不曾自杀，因为我想更多的了解数学。
Russell (罗素)

世上只有一种英雄主义，就是在认清生活真相之后依然热爱生活。
罗曼罗兰

生活总让我们遍体鳞伤，但到后来，那些受伤的地方一定会变成为最强壮的地方。
海明威

一生中，最光辉的一天并非功成名就的那一天，而是从悲叹与绝望中产生对人生挑战与勇敢迈向意志的那一天。
福楼拜

精神健康的人，总是努力地工作及爱人。只要做到这两件事，去做其他的事就没有什么困难。
弗洛伊德

你若想获得知识，你该下苦功；你若想获得食物，你该下苦功；你若想得到快乐，你也该下苦功，因为辛苦是获得一切的定律。
Newton (牛顿)

聪明人之所以不会成功，是由于他们缺乏坚韧的毅力。
Newton

谁要游戏人生，他就一事无成；谁不能主宰自己，永远是一个奴隶。
歌德

所谓活着的人，就是不断挑战的人，不断攀登命运峻峰的人。
雨果

生活是不公平的，不管你的境遇如何，你只能全力以赴。
Hawking (霍金)

看在上帝的份上，千万别放下工作！这是你最好的药物。
D'Alembert (达朗贝尔)

人的一生应当这样度过：当回忆往事的时候，他不致于因为虚度年华而痛悔，也不致于因为过去的碌碌无为而羞愧。
奥斯特洛夫斯基

一个人的价值，应当看他贡献什么，而不应当看他取得什么。 爱因斯坦

一个人的意义不在于他的成就，而在于他所企求成就的东西。 纪伯伦

每个人的一生都应该给后代留下一些高尚有益的东西。 徐悲鸿

生无益于时，死无闻于后，是自弃也。 司马光

我从不把安逸和快乐看作是生活的本身——那种伦理基础，我叫它猪的理想。
爱因斯坦

世界上有两种人，一种是快乐的猪，一种是痛苦的人。做痛苦的人，不做快乐的猪。
苏格拉底

不患位之不尊，而患德之不崇；不耻禄之不伙，而耻智之不博。 张衡

我不是为生活享受而来的。什么热咖啡、嫩牛肉、软绵的钢丝床，这些东西我早就有了！但为了理想，我都抛弃了！
白求恩

一个志在有大成就的人，他必须如歌德所说，知道限制自己。反之，什么事都想做的人，其实什么事都不能做，而终归于失败。
黑格尔

学到很多东西的诀窍，就是不要一下子学到很多东西。 洛克

行乎名利之途，入乎公卿之门，虽荣受赏，吾不谋也。得乎造物之贞，乐乎自然之趣，虽穷有道，文其兴乎。
丘成桐

我同意叔本华所说的，把人们引向艺术和科学的最强烈的动机之一，是要逃避日常生活中令人厌恶的粗俗和使人绝望的沉闷，是要摆脱人们自己反复无常的欲望的桎梏。一个修养有素的人总是渴望逃避个人生活而进入客观知觉和思维的世界；这种愿望好比城市里的人渴望逃避喧嚣拥挤的环境，而到高山上去享受幽静的生活，在那里透过清寂而纯洁的空气，可以自由地眺望，陶醉于那似乎是为永恒而设计的宁静景色。

爱因斯坦《探索的动机》，1918

I believe with Schopenhauer that one of the strongest motives that leads men to art and science is escape from everyday life with its painful crudity and hopeless dreariness, from the fetters of one's own ever shifting desires. A finely tempered nature longs to escape from personal life into the world of objective perception and thought; this desire may be compared with the townsman's irresistible longing to escape from his noisy, cramped surroundings into the silence of high mountains, where the eye ranges freely through the still, pure air and

fondly traces out the restful contours apparently built for eternity.

Albert Einstein, "Principles of Research", 1918

对大多数人来说，现实是一个漫长的次等生活，是现实与理想之间持续不断的妥协。但是，纯粹理性的世界没有妥协，没有现实的限制，没有阻碍体现在辉煌大厦中的创造性活动。这座大厦充满了追求完美的激情愿望，所有伟大的作品都是从这里诞生的。

罗素《数学研究》，1910

Real life is, to most men, a long second-best, a perpetual compromise between the real and the possible; but the world of pure reason knows no compromise, no practical limitations, no barrier to the creative activity embodying in splendid edifices the passionate aspiration after the perfect from which all great work springs.

Russell, the Study of Mathematics: Philosophical Essays (London, 1910), p. 73.

人生在世，不出一番好议论，不留一番好事业，终日饱食暖衣，不所用心，何自别于禽兽。

苏辙

人不能象走兽那样活着，应该追求知识和美德。

但丁

除了知识和学问之外，世上没有其他任何力量能在人们的精神和心灵中，在人的思想、想象、见解和信仰中建立起统治和权威。

培根

真正的知识使人真正地、实实在在地胜过他人。

爱迪生

优于别人，并不高贵，真正的高贵应该是优于过去的自己。

海明威

生命短促，只有美德能将它留传到辽远的后世。

莎士比亚

我认为人生的全部意义，在于精神、美和善的胜利……

库普林

我终于不再变得更蠢了。

埃德什

Végre nem butulok tovább (I've finally stopped getting dumber).

Paul Erdős